**Инструкции к сдаче:**

Присылайте фото листочков с вашими решениями в текстовом файле .doc или .txt или в формате .pdf

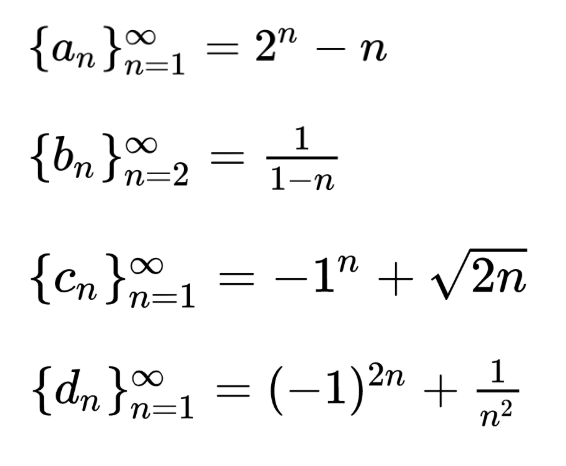
Прикладывайте ссылку на ваш репозиторий с кодом. Для написания кода используйте привычную среду программирования, желательно, Jupyter Notebook

Тема “Множество ”

1. Как относятся друг к другу множество и последовательность? (в ответе использовать слова типа: часть, целое, общее, частное, родитель, дочерний субъект и т.д.)

Тема “Последовательность”

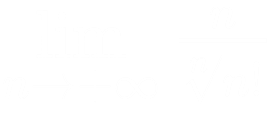
1. Даны 4 последовательности. Необходимо:
   1. исследовать их на монотонность;
   2. исследовать на ограниченность;
   3. найти пятый по счету член последовательности.



1. Найти 12-й член заданной неявно последовательности

a_1 = 128, a_{n+1} - a_n = 6

1. \*На языке Python предложить алгоритм вычисляющий численно предел с точностью \varepsilon=10^{-7}



* 1. \*Предложить оптимизацию алгоритма, полученного в задании 3, ускоряющую его сходимость.

Разбор.

Тема «Множество»

Задание 1: Как относятся друг к другу множество и последовательность?

Существует много способов связать понятие последовательности и множества. Например:

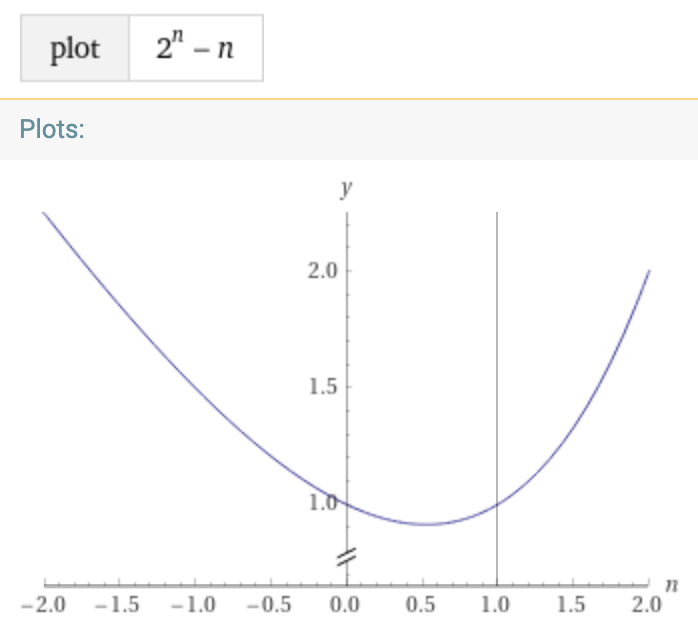
* 1. Последовательность - отображение множества натуральных чисел: f: N->X. Каждому натуральному числу соответствует элемент последовательности.
  2. Последовательность – это набор элементов некоторого множества только упорядоченный. Если множество – это коробка с бусинами, то последовательность – нить бус.

Основная мысль: последовательность - это часть множества, его дочерняя сущность.

Тема «Последовательность»

Задание 1:





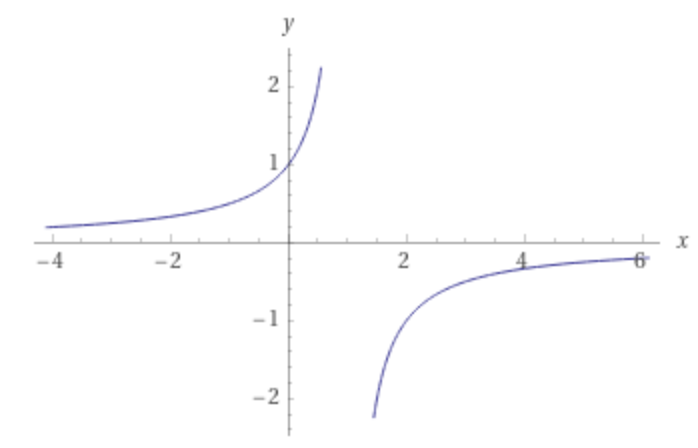
Чтобы исследовать ее на монотонность можно выписать несколько первых членов последовательности или построить график, но самое надежное это взять разность и и сравнить ее с нулем. Тогда будет понятно при каких значениях n эта разность будет больше или меньше нуля, то есть последовательность будет возрастать или убывать соответственно

Это выражение больше нуля для всех n>=1 натуральных, то есть это монотонно **возрастающая последовательность.**

Далее исследуем на ограниченность: сделать это можно с помощью графика или же посчитать предел. Нижней границей последовательности будет значение первого по счету элемента при n=1 , а так как последовательность возрастает и , то **сверху последовательность не ограничена**.

Пятый по счету элемент будет при n=5

**



Обратите внимание, что в данном примере последовательности **нумерация идет с n=2**.

Но алгоритм определения монотонности тот же:

Это высказывание будет больше нуля при заданных n>=2, то есть последовательность монотонно **возрастает** и это же видно из графика.

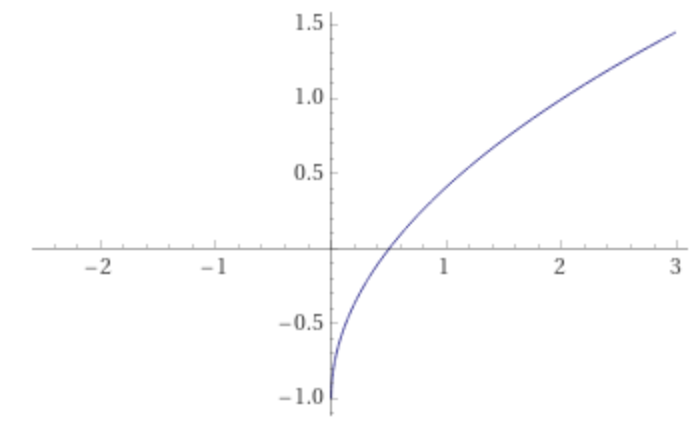
Теперь исследуем на ограниченность:

А ограничением снизу будет значение при n=2: , то есть последовательность ограничена на интервале [-1, 0).

Пятым по счету членом последовательности будет значение при n=6



**Внимание**: в данном примере нет опечатки или ошибки, степень n навешивается на 1 и потом добавляется минус в начале. эти выражения разные! Можно упростить выражение, так как для любых значений n .



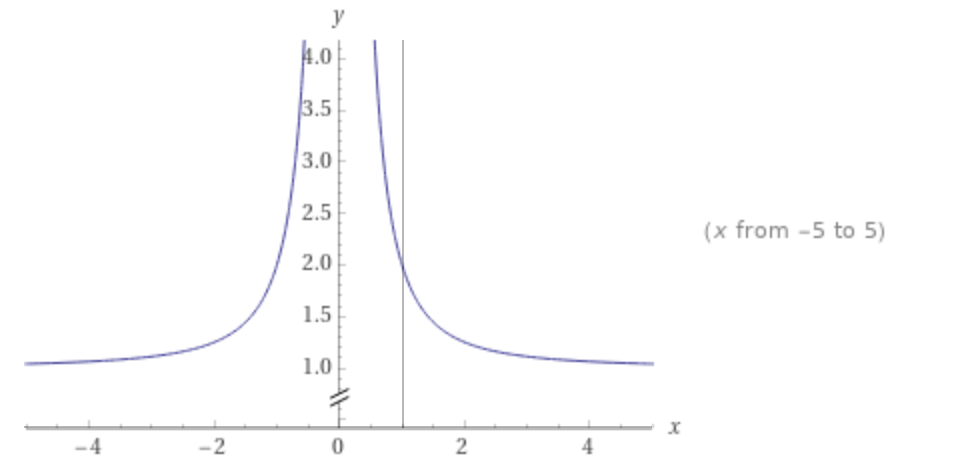
По графику видно, что последовательность возрастает, но всегда стоит проверить:

Для всех значений n>=1 это выражение будет истинным, а значит последовательность монотонно **возрастает.** И по графику, и по значению предела понятно, что **ограничение** последовательность имеет **только снизу** при n=1 .

Пятый по счету член последовательности:



Очень важно не путать . 2n всегда четная степень, а значит для любого n .



Проверим, действительно ли монотонно убывает последовательность

Так как знаменатель всегда число положительное, а n>=1, то знак выражения будет зависеть от знака числителя и будет всегда меньше нуля. Значит последовательность **монотонно убывающая.**

Ограниченность следует из графика и значения предела:

Ограничением сверху будет являться значение последовательности при n=1 . То есть **последовательность ограничена** интервалом значений **(1, 2].**

Пятый по счету элемент будет при n=5

Задание 2: Найти 12-й член заданной неявно последовательности

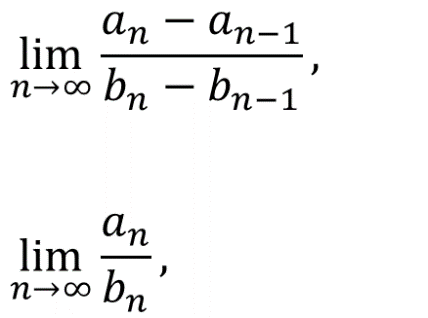
a_1 = 128, a_{n+1} - a_n = 6

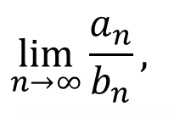
Тут можно решить с помощью программы на Python или же выразить чему будет равно значение по отношению к предыдущему:

Задание 3-4: по ссылке разбор решения <https://colab.research.google.com/drive/1SBJvavvDJmZGefiyWOZNHsezOdgvUmN1?usp=sharing>

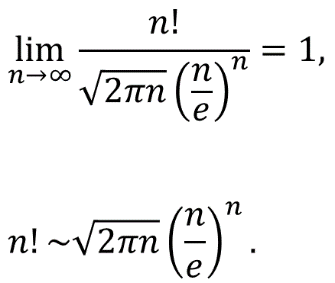
Или в ноутбуке GB\_lesson\_3\_HW.ipynb

**Теорема Штольца**

Пусть и - две последовательности вещественных чисел, причём положительна, не ограничена и строго возрастает (хотя бы начиная с некоторого члена). Тогда, если существует предел

то существует предел

причем эти пределы равны.

**Формула Стирлинга**

Заменяем в исходном пределе значение на эквивалентное.